https://orcid.org/0000-0002-9350-0578

УДК 519.769

Т.З. МЕХТИЕВ*

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ВОЛАТИЛЬНОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА

*Институт систем управления Национальной академии наук Азербайджана, г. Баку, Азербайджан

Анотація. *У даній статті пропонуються алгоритм побудови універсуму, що охоплює історичні дані часового ряду, метод фазифікації цих даних із застосуванням трапецеїдальних функцій приналежності і на їх основі нечітка модель 1-го порядку для прогнозування волатильних часових рядів. Судячи з отриманих кінцевих результатів, пропонований алгоритм побудови нечіткої моделі 1-го порядку забезпечує більш точне значення вихідного часового ряду. Нечіткі множини як критерії оцінки величин історичних даних, а разом із ними і нечіткі внутрішні зв'язки (нечіткі відносини у вигляді імплікативних правил) розбиті на групи, які відображають причинно-наслідкові зв'язки в середині часового ряду, використані при його прогнозуванні. На основі застосування статистичних критеріїв оцінки MAPE і MSE було встановлено, що точність запропонованої нечіткої моделі, яка враховує внутрішні зв'язки 1-го порядку, істотно поліпшується при використанні пропонованого алгоритму фазифікації історичних даних. Проте, представлена у статті модель не претендує на абсолютну точність прогнозування, яка може бути досягнута і/або досягається іншими більш складними моделями старших порядків. Мета статті – показати, що використання простих нечітких моделей прогнозування 1-го порядку залишає можливість для подальшого вдосконалення технології прогнозування слабоструктурованих часових рядів. Результати прогнозування довільного волатильного тимчасового ряду демонструють, що комбінація алгоритмів встановлення універсуму і фазифікації історичних даних із застосуванням трапецеїдальних функцій приналежності побудови внутрішніх причинно-наслідкових зв'язків 1-го порядку і методу дефазифікації виходів застосовуваної нечіткої моделі все ще здатна перевершити за якістю прогнозування і достовірності прогнозів не тільки аналогічні моделі 1-го порядку, які представлені у статті, але також і інші моделі більш високого порядку.*

Ключові слова: *волатильний тимчасовий ряд, нечітка безліч, фазифікація даних, нечітка модель тимчасового ряду.*

Аннотация. *В данной статье предлагаются алгоритм построения универсума, охватывающего исторические данные временного ряда, метод фаззификации этих данных с применением трапецеидальных функций принадлежности и на их основе нечёткая модель 1-го порядка для прогнозирования волатильных временных рядов. Судя по полученным конечным результатам, предлагаемый алгоритм построения нечёткой модели 1-го порядка обеспечивает более точное приближение исходного временного ряда. Нечёткие множества как критерии оценки величин исторических данных, а вместе с ними и нечёткие внутренние связи (нечёткие отношения в виде импликативных правил) разбиты на группы, которые отражают причинно-следственные связи внутри временного ряда, использованы при его прогнозировании. На основе применения статистических критериев оценки MAPE и MSE было установлено, что точность предлагаемой нечёткой модели, учитывающей внутренние связи 1-го порядка, существенно улучшается при использовании предлагаемого алгоритма фаззификации исторических данных. Тем не менее, представленная в статье модель не претендует на абсолютную точность прогнозирования, которая может быть достигнута и/или достигается другими более сложными моделями старших порядков. Цель статьи – показать, что применение простых нечётких моделей прогнозирования 1-го порядка оставляет возможность для дальнейшего совершенствования технологии прогнозирования слабоструктурированных временных рядов. Результаты прогнозирования произвольного волатильного временного ряда демонстрируют, что комбинация алгоритмов установления универсума и фаззификация исторических данных с применением трапецеидальных функций принадлежности построения внутренних причинно-следственных связей 1-го порядка и метода дефаззификации выходов применяемой нечёткой модели все ещё способна превзойти по качеству прогнозирования и достоверности прогнозов не только аналогичные модели 1-го порядка, которые представлены в статье, но также и другие модели более высокого порядка.*

Ключевые слова: *волатильный временной ряд, нечёткое множество, фаззификация данных, нечёткая модель временного ряда.*

Abstract. *This article proposes an algorithm of a universe constructing that encompasses historical data of epy time series, a fuzzification method of these data using trapezoidal membership functions, and based on them a fuzzy 1st-order model for volatile time series predicting. According to the obtained results, the proposed algorithm for constructing the fuzzy model of the 1st-order provides more accurate value of approximation of the initial time series. Fuzzy sets, as criteria for evaluating historical data values, and fuzzy internal relationships as well (in the form of implicative rules) are divided into groups that reflect cause-effect relationships within the time series and were used to predict it. Based on the application of statistical evaluation criteria MAPE and MSE, it was found that the accuracy of the proposed fuzzy model, taking into account 1st-order internal relationships, is significantly improved using the proposed algorithm of historical data fuzzification. Nevertheless, the model presented in the paper does not pretend to have absolute predicting accuracy, which can be achieved and/or achieved by other more complex higher-order models. The purpose of the article is to show that the use of simple fuzzy prediction models of the 1st-order the opportunity for further improvement of the predicting technology of weakly structured time series. Prediction results of the arbitrary volatile time series demonstrate that the combination of universe establishment algorithms and historical data fuzzification using trapezoidal membership functions, the construction of 1st-order internal cause-effect relationships and the method of defuzzification of outputs of the used fuzzy model can still be superior in quality predicting and prediction reliability not only similar 1st-order models that are presented in the paper, but other models of higher order as well.*
Keywords: *volatile time series, fuzzy set, data fuzzification, fuzzy model of time series.*

DOI: 10.34121/1028-9763-2020-1-82-93

1. Введение

Как известно, в рамках построения системы нечёткого вывода под процедурой фаззификации (или введение нечёткости) понимается процесс нахождения значений функций принадлежности нечётких множеств, описывающих термы входных лингвистических переменных. Другими словами, путём фаззификации устанавливаются соответствия между конкретным значением (термом) отдельной входной лингвистической переменной системы нечёткого вывода и значением соответствующей функции принадлежности. При этом различают две группы методов построения функций принадлежности: прямые и косвенные. В частности, эти методы описаны в работах [1–4], где показано, как функции принадлежности могут быть сформированы одним или группой экспертов. Прямые методы характеризуются тем, что построение функций принадлежности непосредственно осуществляется экспертами, располагающими знаниями в предметной области. Примерами прямых методов фаззификации являются непосредственные задания функции принадлежности в табличном, графическом или аналитическом видах. Косвенные методы предполагают выбор значений функции принадлежности, который производится в соответствии с предварительно сформулированными экспертами условиями. К числу таких методов относятся методы построения функций принадлежности на основе попарных сравнений релевантных статистических данных [5], на основе экспертных ранговых оценок и др.

Как не трудно заметить, все методы в той или иной степени опираются на эвристические знания и потому отличаются существенными долями субъективизма, присущими любому экспертному суждению. Исходя из этой предпосылки, становятся очевидными важность и актуальность исследования методов построения функций принадлежности в процессе фаззификации входных данных в рамках нечёткого моделирования и прогнозирования слабоструктурированных временных рядов.

2. Постановка задачи

Объектом изучения является временной ряд $\{x_t\}_{k=1}^{n}$, в котором x_t в силу ряда причин является слабоструктурированной исторической данной, которую целесообразно представлять в виде подходящего нечёткого множества A_t, характеризуемого кортежем [5]

$$\{x_t(t)/\mu_{A_t}(x_t)\},\ \mu_{A_t}(x_t)\to[0,1],\ t=\overline{1,n}.$$

В этой связи необходимо сформировать функцию принадлежности $\mu_{A_t}(x_t)$, позволяющую наиболее адекватно описывать величины в процессе фаззификации исторических данных.

Целью данного исследования является разработка нового способа описания исторических данных посредством нечётких множеств и тем самым содействовать более адекватному нечёткому моделированию слабоструктурированных временных рядов с последующим их прогнозированием.

3. Нечёткое моделирование временных рядов

Существующие подходы к моделированию нечётких временных рядов предполагают выполнение следующих шагов:

1) построение покрытия всей совокупности исторических данных в виде универсального множества (универсума) для нечёткого описания (фаззификации);

2) фаззификация данных временного ряда;

3) установление внутренних связей в виде нечётких отношений и разбиение их на группы;

4) нахождение нечётких выходов применяемой модели (прогнозов) и их дефаззификация.

В рамках выполнения данной процедуры раскроем суть нашего подхода.

3.1. Построение универсума и фаззификация исторических данных

Для введения нечёткости в первую очередь необходимо определиться с универсумом. В случае временного ряда основанием для этого служит подходящее покрытие диапазона исторических данных. Поэтому для построения такого покрытия воспользуемся следующей пошаговой процедурой, предложенной в [6].

Шаг 1. В целях упрощения вычислений сортировка исторических данных $x_t(t=1\div n)$ в возрастающую последовательность $\{x_{p(i)}\}$, где p – перестановка, которая сортирует значения исторических данных в порядке их возрастания, то есть. $x_{p(t)}\le x_{p(t+1)}$.

Шаг 2. Внутри набора данных $\{x_{p(i)}\}$ вычисление средней величины по совокупности всех попарных расстояний $d_i=|x_{p(i)}-x_{p(i+1)}|$ между любыми двумя последовательными значениями $x_{p(i)}$ и $x_{p(i+1)}$ по формуле

$$AD(d_1,d_2,...,d_n)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\left|x_{p(i)}-x_{p(i+1)}\right| \qquad (1)$$

и стандартного отклонения по формуле

$$\sigma_{AD}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}(d_i-AD)^2}\ . \qquad (2)$$

Шаг 3. Выявление и устранение аномалий – резко выделяющихся величин, подлежащих выбросу. Здесь используются значения как среднего расстояния AD, так и стандартного отклонения σ_{AD}, установленные на предыдущем шаге. При этом выбросу подлежат величины попарных расстояний, которые не удовлетворяют условию $AD - \sigma_{AD} \le d_i \le AD + \sigma_{AD}$.

Шаг 4. Повторное вычисление среднего расстояния между любыми двумя последовательными значениями по совокупности величин, оставшихся после сортировки с учётом выбросов.

Шаг 5. Установление универсума U. После окончательного нахождения средней величины по совокупности всех попарных расстояний между последовательными значениями AD универсум устанавливается в виде отрезка $U = [D_{\min} - AD,\ D_{\max} + AD] = [D_1,\ D_2]$, где $D_{\min}$ и $D_{\max}$ – соответственно минимальное и максимальное значения на всей совокупности данных.

Существуют разные способы для идентификации функций принадлежности, восстанавливающих нечёткие подмножества заданного универсума. В частности, одним из таких способов является построение симметричных трапецеидальных функций принадлежности вида (рис. 1)

$$\mu_{A_k}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_{k1} \\ \dfrac{x - a_{k1}}{a_{k2} - a_{k1}}, & a_{k1} \le x \le a_{k2}, \\ 1, & a_{k2} \le x \le a_{k3}, \\ \dfrac{a_{k4} - x}{a_{k4} - a_{k3}}, & a_{k3} \le x \le a_{k4}, \\ 0, & x > a_{k4} \end{cases} \tag{3}$$

с параметрами, удовлетворяющими условиям $a_{k2} - a_{k1} = a_{k3} - a_{k2} = a_{k4} - a_{k3}$, где $k = 1 \div n$, n – общее число нечётких множеств A_k, описывающих исторические данные временного ряда, которое, согласно [6], вычисляется по формуле

$$n = \frac{D_2 - D_1 - AD}{2 \cdot AD}. \tag{4}$$

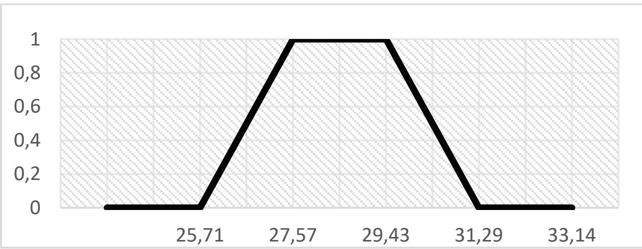

Рисунок 1 – Симметричная трапецеидальная функция принадлежности

В качестве примера выберем волатильный временной ряд (табл. 1 и рис. 2), который рассматривался нами в [7] в контексте решения данной задачи.

Таблица 1 – Волатильный временной ряд

Год	ИД	Год	ИД	Год	ИД	Год	ИД	Год	ИД	Год	ИД
1984	9	1989	60	1994	63	1999	34	2004	21	2009	51
1985	31	1990	49	1995	14	2000	37	2005	44	2010	46
1986	23	1991	31	1996	55	2001	56	2006	31	2011	63
1987	24	1992	27	1997	11	2002	57	2007	12	2012	32
1988	36	1993	37	1998	17	2003	62	2008	18	2013	44

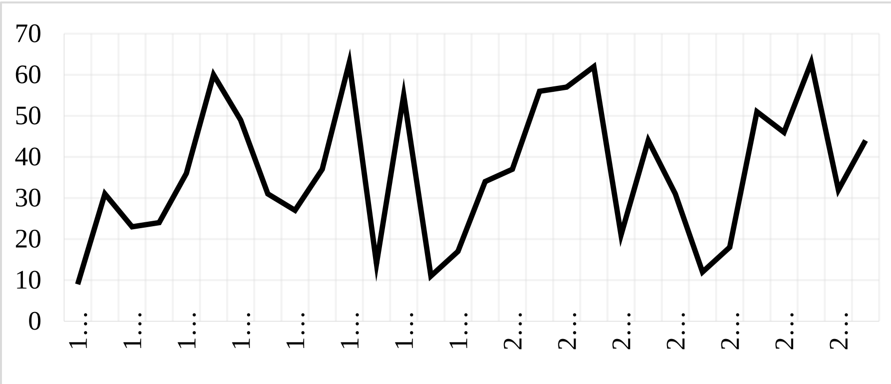

Рисунок 2 – Волатильный временной ряд

Руководствуясь (1) и (2), для данного временного ряда соответственно имеем $AD =$ 1,8621 и $\sigma_{AD} = 1{,}5023$. Отбрасывая ИД x_i, не удовлетворяющие условию

$$0{,}36 \approx 1{,}8621 - 1{,}5023 \le x_i \le 1{,}8621 + 1{,}5023 \approx 3{,}36,$$

получено окончательное значение средней величины по совокупности всех попарных расстояний между любыми двумя последовательными значениями ИД: $AD = 1{,}8571$. В этом случае универсумом будем считать отрезок $U = [D_2 - D_1] = [9 - 1{,}8571; 63 + 1{,}8571] \approx [7{,}14; 64{,}86]$, а общее число его нечётких подмножеств для описания ИД будет

$$n = \frac{64{,}8571 - 7{,}1429 - 1{,}8571}{2 \cdot 1{,}8571} = 15{,}0385 \approx 15\,.$$

Таким образом, отправляясь от этого, для описания ИД рассматриваемого временного ряда в виде нечётких подмножеств универсума $U = [7{,}14;\ 64{,}86]$ идентифицированы соответствующие 15 симметричных трапецеидальных функций принадлежности (рис. 3), параметры которых сведены в табл. 2.

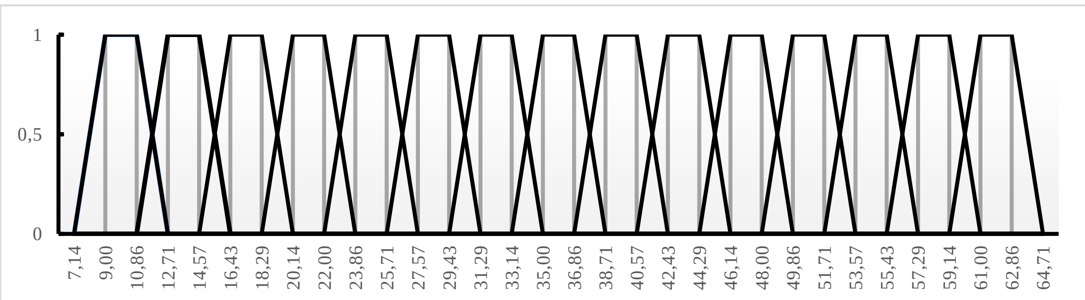

Рисунок 3 – Функции принадлежности для нечёткого описания ИД

Таблица 2 – Нечёткие множества для описания ИД временного ряда

Нечёткое множество	Параметры трапецеидальной функции принадлежности				Нечёткое множество	Параметры трапецеидальной функции принадлежности			
	a_{k1}	a_{k2}	a_{k3}	a_{k4}		a_{k1}	a_{k2}	a_{k3}	a_{k4}
A_1	7,14	9,00	10,86	12,71	A_9	36,86	38,71	40,57	42,43
A_2	10,86	12,71	14,57	16,43	A_{10}	40,57	42,43	44,29	46,14
A_3	14,57	16,43	18,29	20,14	A_{11}	44,29	46,14	48,00	49,86
A_4	18,29	20,14	22,00	23,86	A_{12}	48,00	49,86	51,71	53,57
A_5	22,00	23,86	25,71	27,57	A_{13}	51,71	53,57	55,43	57,29
A_6	25,71	27,57	29,43	31,29	A_{14}	55,43	57,29	59,14	61,00
A_7	29,43	31,29	33,14	35,00	A_{15}	59,14	61,00	62,86	64,71
A_8	33,14	35,00	36,86	38,71					

Теперь следует заняться фаззификацией ИД посредством идентифицированных симметричных трапецеидальных функций принадлежности, то есть построением нечёткого аналога временного ряда по принципу: ИД временного ряда описывается тем нечётким множеством, к которому она принадлежит с наибольшей степенью. В тех случаях, когда ИД попадает в интервал $[a_{k2}, a_{k3}]$, найти её нечёткий аналог сравнительно легко. В остальных случаях необходимы дополнительные расчёты. В частности, для ИД 31, согласно (3), имеем $\mu_{A_6}(31) = 0{,}1538$ и $\mu_{A_7}(31) = 0{,}8462$ (рис. 4). Следовательно, в качестве нечёткого аналога выбираем нечёткое множество A_7.

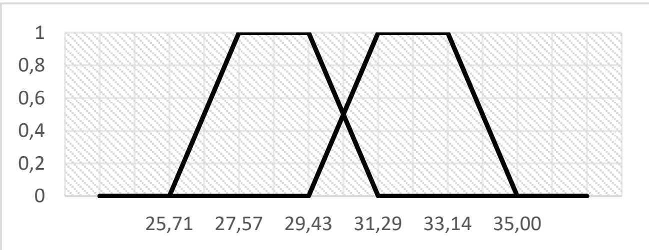

Рисунок 4 – Фрагмент соседних функций принадлежности

Таблица 3 – Нечёткий аналог временного ряда

Год	ИД	НМ	Год	ИД	НМ	Год	ИД	НМ
1984	9	A_1	1994	63	A_{15}	2004	21	A_4
1985	31	A_7	1995	14	A_2	2005	44	A_{10}
1986	23	A_5	1996	55	A_{13}	2006	31	A_7
1987	24	A_5	1997	11	A_1	2007	12	A_2
1988	36	A_8	1998	17	A_3	2008	18	A_3
1989	60	A_{14}	1999	34	A_7	2009	51	A_{12}
1990	49	A_{12}	2000	37	A_8	2010	46	A_{11}
1991	31	A_7	2001	56	A_{13}	2011	63	A_{15}
1992	27	A_6	2002	57	A_{14}	2012	32	A_7
1993	37	A_8	2003	62	A_{15}	2013	44	A_{10}

3.2. Внутренние связи 1-го и 2-го порядков

Внутренние связи, определяющие причинно-следственные связи между ИД, бывают разного порядка. В рамках нечёткого временного ряда выявлены связи 1-го и 2-го порядков, демонстрирующие нечёткие отношения в импликативной форме вида «Если…, то…». Например, внутренние нечёткие связи (или отношения) 1-го порядка сгруппированы по принципу: если нечёткое множество A_8 связано, например, последовательно с A_{13}, A_{14} и A_{15}, тогда относительно него локализуется группа 1-го порядка: A8⇒A13, A14, A15 (группа G8). Разбивка по группам связи 1-го и 2-го порядков представлена, соответственно, в табл. 4 и 5.

Таблица 4 – Внутренние связи 1-го порядка, разбитые по группам

Группа	Связь	Группа	Связь	Группа	Связь
G1	$A_1 \Rightarrow A_3$, A_7	G6	$A_6 \Rightarrow A_8$	G11	$A_{11} \Rightarrow A_{15}$
G2	$A_2 \Rightarrow A_3$, A_{13}	G7	$A_7 \Rightarrow A_2$, A_5, A_6, A_8, A_{10}	G12	$A_{12} \Rightarrow A_7$, A_{11}
G3	$A_3 \Rightarrow A_7$, A_{12}	G8	$A_8 \Rightarrow A_{13}$, A_{14}, A_{15}	G13	$A_{13} \Rightarrow A_1$, A_{14}
G4	$A_4 \Rightarrow A_{10}$	G9	$A_9 \Rightarrow \varnothing$	G14	$A_{14} \Rightarrow A_{12}$, A_{15}
G5	$A_5 \Rightarrow A_5$, A_8	G10	$A_{10} \Rightarrow A_7$	G15	$A_{15} \Rightarrow A_7$

Таблица 5 – Внутренние связи 1-го порядка, разбитые по группам

Группа	Связь	Группа	Связь	Группа	Связь	Группа	Связь
G1	A_1, $A_3 \Rightarrow A_7$	G8	A_5, $A_5 \Rightarrow A_8$	G15	A_8, $A_{13} \Rightarrow A_{14}$	G22	A_{13}, $A_1 \Rightarrow A_3$
G2	A_1, $A_7 \Rightarrow A_5$	G9	A_5, $A_8 \Rightarrow A_{14}$	G16	A_8, $A_{14} \Rightarrow A_{12}$	G23	A_{13}, $A_{14} \Rightarrow A_{15}$
G3	A_2, $A_3 \Rightarrow A_{12}$	G10	A_6, $A_8 \Rightarrow A_{15}$	G17	A_8, $A_{15} \Rightarrow A_2$	G24	A_{14}, $A_{12} \Rightarrow A_7$
G4	A_2, $A_{13} \Rightarrow A_1$	G11	A_7, $A_2 \Rightarrow A_3$	G18	A_{10}, $A_7 \Rightarrow A_2$	G25	A_{14}, $A_{15} \Rightarrow A_4$
G5	A_3, $A_7 \Rightarrow A_8$	G12	A_7, $A_5 \Rightarrow A_5$	G19	A_{11}, $A_{15} \Rightarrow A_7$	G26	A_{15}, $A_2 \Rightarrow A_{13}$
G6	A_3, $A_{12} \Rightarrow A_{11}$	G13	A_7, $A_6 \Rightarrow A_8$	G20	A_{12}, $A_7 \Rightarrow A_6$	G27	A_{15}, $A_4 \Rightarrow A_{10}$
G7	A_4, $A_{10} \Rightarrow A_7$	G14	A_7, $A_8 \Rightarrow A_{13}$	G21	A_{12}, $A_{11} \Rightarrow A_{15}$	G28	A_{15}, $A_7 \Rightarrow A_{10}$

В частности, обозначая через x_i значение ИД на текущий i-ый год, а через x_{i+1} – значение ИД на следующий $(i+1)$-ый год, нечёткую связь 1-го порядка $A_4 \Rightarrow A_{10}$ можно интерпретировать в виде нечёткого импликативного правила:

«Если x_i есть A_4, то x_{i+1} есть A_{10}».

Или, скажем, нечёткую связь 1-го порядка вида $A_8 \Rightarrow A_{13}, A_{14}, A_{15}$ можно интерпретировать как нечёткое импликативное правило:

«Если x_i есть A_8, то x_{i+1} есть A_{13} или x_{i+1} есть A_{14} или x_{i+1} есть A_{15}».

Соответственно, нечёткую связь 2-го порядка, например, A_{15}, $A_2 \Rightarrow A_{13}$ можно интерпретировать в виде нечёткого импликативного правила:

«Если x_i есть A_{15} и x_i есть A_2, то x_{i+1} есть A_{13}».

3.3. Нечёткие выходы применённой модели и их дефаззификация

Для определения нечётких прогнозов и их дефаззификации применяются различные модели. В качестве одной из таковых выбрана модель [8, 9], суть которой состоит в следующем. Если ИД x_i описана в виде нечёткого множества A_j, которое внутри совокупности ИД формирует только одну связь, скажем, отношение $A_j \Rightarrow A_k$, тогда прогнозом на следующий $(i+1)$-ый год будет нечёткое множество A_k. В случае, когда имеет место группа отношений, например,

$$A_j \Rightarrow A_{k2}, A_{k2}, \dots, A_{kp},$$

тогда объединение $A_{k1} \cup A_{k2} \cup \dots \cup A_{kp}$ является нечётким прогнозом на $(i+1)$-ый год. Для дефаззификации выходов данной модели применяются два следующих принципа [8].

Принцип 1. В случае нечёткого отношения вида $A_i \Rightarrow A_j$, где A_i – нечёткий аналог ИД на i-ый год, чёткий прогноз на следующий $(i+1)$-ый год, как дефаззифицированное значение нечёткого прогноза A_j, рассчитывается как абсцисса середины верхнего основания соответствующей трапеции. Действительно, применяя формулу

$$F(A) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(A_\alpha) d\alpha,$$

где $A_\alpha = \{u \mid \mu_A(u) \ge \alpha, u \in U\}$ – α-уровневые множества $(\alpha \in [0,1])$; $M(A_\alpha)$ – мощности соответствующих α-уровневых множеств, рассчитываемых по формуле

$$M(A_\alpha) = \sum_{л=1}^{m} u_k / n,\ u_k \in A_\alpha$$

для нечёткого множества A_7, являющегося прогнозом в связке $A_4 \Rightarrow A_{10}$, имеем:

- $A_{10} = \dfrac{0}{10,57} + \dfrac{1}{42,43} + \dfrac{1}{44,29} + \dfrac{0}{46,14}$ (табл. 2);
- $0<\alpha<1$, $\Delta\alpha=1$, $A_{10\alpha}=\{42,43;\ 44,29\}$, $M(A_{10\alpha})=(42,43+44,29)/2\approx 43,36$;
- $F(A_{10}) = \dfrac{1}{1}\int_0^1 M(A_{10\alpha}) d\alpha \approx M(A_{10\alpha}) \cdot \Delta\alpha = 43,36 \cdot 1 = 43,36$.

Принцип 2. В случае нечёткого отношения вида $A_i \Rightarrow A_j$, A_t, A_p, где A_i – нечёткий аналог ИД на i-ый год, чёткий прогноз на следующий $(i+1)$-ый год рассчитывается, как среднеарифметическое абсцисс середин верхних оснований трапеций соответствующих нечётких множеств A_j, A_t и A_p. В частности, прогноз на 1989, 1994 и 2001 годы, обусловленные внутренней связью $A_8 \Rightarrow A_{13}, A_{14}, A_{15}$, рассчитывается следующим образом:

$$predict = \frac{\frac{53,57+55,43}{2} + \frac{57,29+59,14}{2} + \frac{61,00+62,86}{2}}{3} = 58,21.$$

Полученные таким образом прогнозы на основе прогностической модели 1-го порядка сведены в табл. 6, а геометрическая интерпретация этой модели представлена на рис. 5 на фоне исходного временного ряда.

Из-за слишком большого количества критериев оценки ИД (нечётких множеств A_k $(k = 1 \div 15)$), которое подразумевает избыточный набор групп внутренних связей, совпадающего с числом прогнозируемых данных (табл. 7), отпадает необходимость в применении связей 2-го и старших порядков, так как, например, нечёткая прогностическая модель 2-го порядка совпадает с установленным в табл. 3 нечётким аналогом временного ряда. Тем не менее, мы сочли нужным показать как её дефаззифицированные выходы в табл. 7, так и её геометрическую интерпретацию на рис. 5.

Таблица 6 – Модель прогнозирования временного ряда 1-го порядка

Год	ИД	Нечёткий выход	Прогноз	Год	ИД	Нечёткий выход	Прогноз
1984	9		–	1999	34	A_7, A_{12}	41,50
1985	31	A_3, A_7	24,79	2000	37	$A_2, A_5, A_6, A_8, A_{10}$	29,24
1986	23	$A_2, A_5, A_6, A_8, A_{10}$	29,24	2001	56	A_{13}, A_{14}, A_{15}	58,21
1987	24	A_5, A_8	30,36	2002	57	A_1, A_{14}	34,07
1988	36	A_5, A_8	30,36	2003	62	A_{12}, A_{15}	56,36
1989	60	A_{13}, A_{14}, A_{15}	58,21	2004	21	A_7	32,21
1990	49	A_{12}, A_{15}	56,36	2005	44	A_{10}	43,36
1991	31	A_7, A_{11}	39,64	2006	31	A_7	32,21
1992	27	$A_2, A_5, A_6, A_8, A_{10}$	29,24	2007	12	$A_2, A_5, A_6, A_8, A_{10}$	29,24
1993	37	A_8	35,93	2008	18	A_3, A_{13}	35,93
1994	63	A_{13}, A_{14}, A_{15}	58,21	2009	51	A_7, A_{12}	41,50
1995	14	A_7	32,21	2010	46	A_7, A_{11}	39,64
1996	55	A_3, A_{13}	35,93	2011	63	A_{15}	61,93
1997	11	A_1, A_{14}	34,07	2012	32	A_7	32,21
1998	17	A_3, A_7	24,79	2013	44	$A_2, A_5, A_6, A_8, A_{10}$	29,24

Таблица 7 – Модель прогнозирования временного ряда 2-го порядка

Год	ИД	Нечёткий выход	Прогноз	Год	ИД	Нечёткий выход	Прогноз
1984	9		-	1999	34	A_7	32,21
1985	31		-	2000	37	A_8	35,93
1986	23	A_5	24,79	2001	56	A_{13}	54,50
1987	24	A_5	24,79	2002	57	A_{14}	58,21
1988	36	A_8	35,93	2003	62	A_{15}	61,93
1989	60	A_{14}	58,21	2004	21	A_4	21,07
1990	49	A_{12}	50,79	2005	44	A_{10}	43,36
1991	31	A_7	32,21	2006	31	A_7	32,21
1992	27	A_6	28,50	2007	12	A_2	13,64
1993	37	A_8	35,93	2008	18	A_3	17,36
1994	63	A_{15}	61,93	2009	51	A_{12}	50,79
1995	14	A_2	13,64	2010	46	A_{11}	47,07
1996	55	A_{13}	54,50	2011	63	A_{15}	61,93
1997	11	A_1	9,93	2012	32	A_7	32,21
1998	17	A_3	17,36	2013	44	A_{10}	43,36

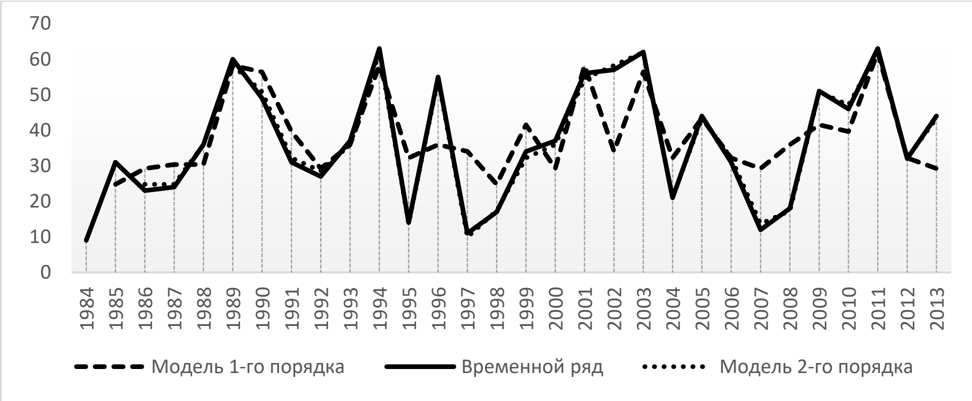

Рисунок 5 – Модели временного ряда 1-го и 2-го порядков

4. Заключение

В [7] на базе рассматриваемого временного ряда для ограниченного числа критериев оценки ИД нами были построены прогностические модели 1-го порядка с применением подхода С. Чена [8, 9], а также с применением нашего собственного подхода. Для оценки степени адекватности предлагаемых в [7] и в данной статье моделей временных рядов воспользуемся статистическими критериями оценки: MAPE (Mean Absolute Percentage Error) и MSE (Mean Squared Error):

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\left|predict_j - actual_j\right|}{actual_j}\times 100\,,\quad MSE = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(predict_j - actual_j\right)^2\,.$$

Результаты прогнозов и оценки их достоверности по всем указанным моделям (рис. 5) представлены в табл. 8. Там же указаны соответствующие значения *MAPE* и *MSE*.

Таблица 8 – Сравнительный анализ полученных результатов

Год	ИД	Модель С. Чена 1-го порядка	Модель 1-го порядка, полученная в [7]	Предлагаемая модель 1-го порядка
1984	9	-	-	-
1985	31	36	33,2953	24,79
1986	23	41	24,7750	29,24
1987	24	36	29,9126	30,36
1988	36	36	29,9126	30,36
1989	60	41	46,0706	58,21
1990	49	46	30,9644	56,36
1991	31	49	32,8618	39,64
1992	27	41	24,7750	29,24
1993	37	36	24,7750	35,93
1994	63	41	46,0706	58,21
1995	14	25	30,9644	32,21
1996	55	38	33,2953	35,93
1997	11	46	30,9644	34,07
1998	17	38	33,2953	24,79
1999	34	38	29,9126	41,50
2000	37	41	46,0706	29,24
2001	56	41	46,0706	58,21

Продолж. табл. 8

2002	57	46	30,9644	34,07
2003	62	46	30,9644	56,36
2004	21	25	30,9644	32,21
2005	44	36	29,9126	43,36
2006	31	49	44,0833	32,21
2007	12	41	24,7750	29,24
2008	18	38	33,2953	35,93
2009	51	38	29,9126	41,50
2010	46	49	32,8618	39,64
2011	63	49	44,0833	61,93
2012	32	25	30,9644	32,21
2013	44	41	24,7750	29,24
MAPE (%)		51,94	42,72	35,90
MSE		229,48	221,71	116,34

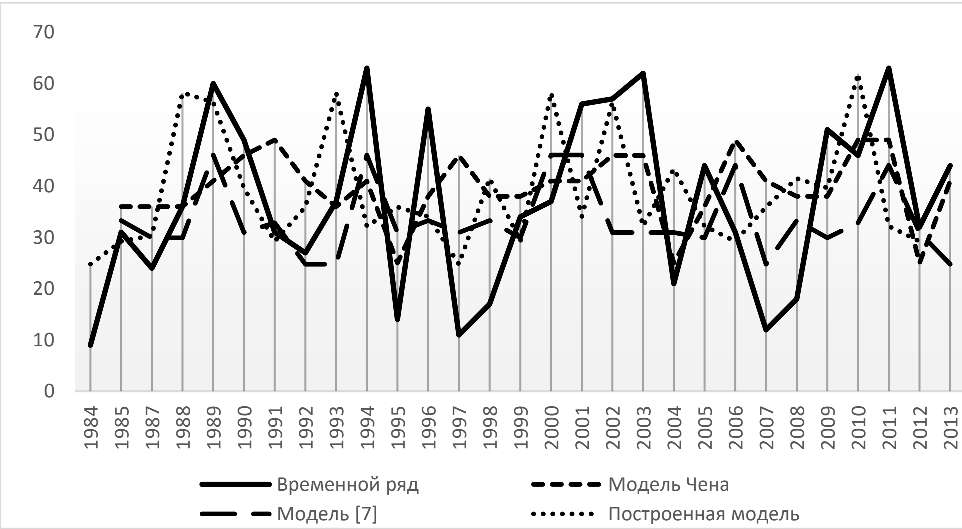

Рисунок 6 – Временной ряд и его модели

Как видно из результатов оценок прогнозирования по критериям *MAPE* и *MSE*, предлагаемый в статье подход существенно улучшает качество прогнозирования выбранного волатильного временного ряда.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий / пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.
2. Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
3. Борисов А.Н., Алексеев А.В. Меркурьева Г.В., Слядзь Н.Н. Обработка нечёткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
4. Корченко А.Г., Рындюк В.А. Исследование методов формирования функций принадлежности на основе количественных парных сравнений. *Захист інформації*. 2003. № 3. С. 10–17.
5. Рзаев Р.Р. Нейро-нечёткое моделирование экономического поведения. Verlag: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co, 2012. 104 с.

6. Ortiz-Arroyo D., Poulsen J.R. A Weighted Fuzzy Time Series Forecasting Model. Indian Journal of Science and Technology. 2018. N 11 (27). P. 1–11. URL: https://doi.org/10.17485/ijst/2018/v11i27/130708.
7. Рзаев Р.Р., Джамалов З.Р., Мехтиев Т.З., Гасанов В.И. Моделирование временных рядов на основе нечёткого анализа позиционно-бинарных составляющих исторических данных. *Нечёткие системы и мягкие вычисления*. 2015. Т. 10, № 1. С. 35–73.
8. Chen S.M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series. *Fuzzy Sets and Systems*. 1996. N 81. P. 311–319.
9. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series. *Cybernetics and Systems: an International Journal*. 2002. N 33. P. 1–16.

Стаття надійшла до редакції 25.12.2019